comme le rapport de f est $\cos\alpha$ différent de 1 puis que $\alpha \in]0, \frac{\pi}{2}[$

Alors A est le centre de f.

2)a-

$$\begin{cases} AB = AC \\ BO = CO \text{ car } O = B * C \\ [AO] \text{ est un coté commun au triangles ABO et ACO} \end{cases}$$

$\Rightarrow$ Les triangles ABO et ACO sont isométriques

$$\Rightarrow \widehat{\left(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AO}\right)} \equiv \widehat{\left(\overrightarrow{AO}, \overrightarrow{AC}\right)} \ [2\pi]$$

$$\equiv \alpha \ [2\pi] \qquad (1)$$

· ABO est un triangle rectangle en O

$$\Rightarrow \frac{AO}{AB} = \cos\widehat{BAO} = \cos\alpha$$

$$\Rightarrow AO = \cos\alpha . AB \qquad (2)$$

Ainsi : (1) et (2) donnent $\boxed{f(B) = O}$

$O = B * C \Rightarrow f(O) = f(B) * f(C)$ (conservation des milieux)

$\Rightarrow I = O * f(C)$

Or $I = O * E$ car $E = S_I(O)$

donc $\boxed{f(C) = E}$

b- $f(B) = O$ et $f(C) = E$

$\Rightarrow \frac{OE}{BC} = \cos\alpha$ **car** f est de rapport $\cos\alpha$

3)a- $\sigma(B) = O$ et $\sigma(C) = E$

$\Rightarrow \frac{OE}{BC} = \cos\alpha$ est le rapport de σ

b- $O = B * C \Rightarrow \sigma(O) = \sigma(B) * \sigma(C)$ (conservation des milieux)

$\Rightarrow \sigma(O) = O * E = I$

$\Rightarrow \boxed{\sigma(O) = I}$

4)a-

① $S_{(OE)} \circ f$ est une similitude indirecte (c'est la composée d'un antidéplacement et d'une similitude directe)

② $(S_{(OE)} \circ f)(B) = S_{(OE)}(O) = O = \sigma(B)$.

③ $(S_{(OE)} \circ f)(C) = S_{(OE)}(E) = E = \sigma(C)$.